

УДК 621.01:539.3

РАСЧЕТ СТЕРЖНЕВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ, ВЫПОЛНЕННЫХ ИЗ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ, ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

Д.П. Жечков, С.С. Гаврюшин

Аннотация

Работа посвящена численному исследованию больших перемещений стержневых элементов конструкций, изготовленных из материалов с памятью формы. Разработанный алгоритм решения реализован в виде прикладной программы для ЭВМ. Возможности программы иллюстрируются рядом примеров.

Ключевые слова: память формы, сверхэластичность, большие перемещения, стержневые элементы.

1. Краткое описание алгоритмической модели сплава с памятью формы

В 60-е годы XX века была разработана серия никелево-титановых сплавов, включающих в себя от 53% до 57% никеля по весу, которые демонстрировали необычный эффект: сильно деформированные образцы сплавов с остаточной деформацией 8–15% полностью восстанавливали свою первоначальную форму в процессе нагрева. Этот эффект стал известен как эффект памяти формы, а сплавы, демонстрирующие его, были названы сплавами с памятью формы (СПФ). СПФ тщательно изучались и изучаются в нашей стране [1]. Основным свойством стержневых элементов из материалов с памятью формы является способность существенно деформироваться под воздействием внешних термомеханических воздействий [2–4]. В связи с этим задача рассматривается в геометрически и физически нелинейной постановке и сохраняет преемственность с задачей о больших перемещениях растяжимого гибкого стержня в условиях сложного нагружения [5].

Полная деформация в текущем слое стержня представляется как суперпозиция упругой, температурной и структурной (фазовой) деформаций. Для вычисления фазовой деформации численно моделируются структурные превращения между аустенитом, стабильном при высоких температурах и низких напряжениях, и мартенситом, стабильном при низких температурах и высоких напряжениях. Фазовая деформация считается пропорциональной объемной доле ориентированного S-мартенсита, которая зависит от температуры, напряженного состояния и рассматривается как величина, переменная по двум координатам: по длине стержня и по координате, характеризующей текущий слой поперечного сечения стержня (толщину или радиус для изгиба и кручения соответственно). Для записи уравнений состояния используется математическая модель [5], представленная в форме системы дифференциальных уравнений, описывающих эволюции объемных фракций мартенсита. Объединяя уравнения, описывающие эволюции объемных фракций мартенсита в текущем слое сечения стержня, с уравнениями больших перемещений стержня, приходим к разрешающей системе нелинейных дифференциальных

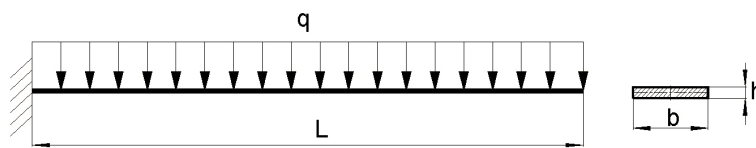


Рис. 1. Схема нагружения и профиль сечения стержня

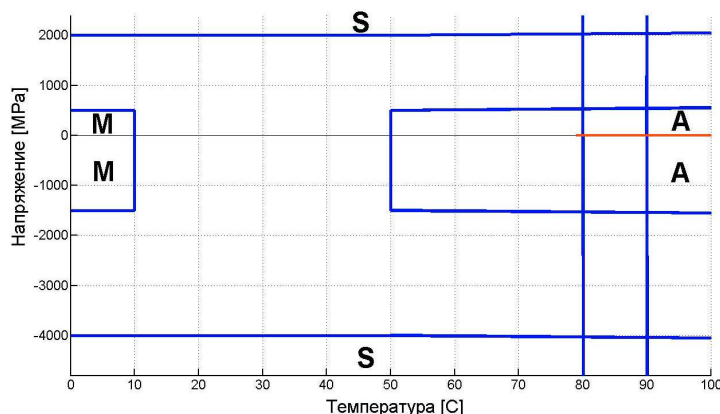


Рис. 2. Диаграмма активации структурных превращений при исследовании задачи о нагружении консольно заделанного стержня равномерно распределенной нагрузкой

уравнений в частных производных. Вектор основных силовых неизвестных включает в себя как традиционные переменные, используемые при анализе больших перемещений стержней, так и переменные, отвечающие за объемные доли фракций мартенсита в слое.

Задача решается в лагранжевой постановке и сводится к решению двухточечной краевой задачи по дуговой координате стержня и начальной задаче по термомеханической нагрузке (квазивремени). Алгоритм решения использует метод дискретного продолжения по параметру [6].

Ниже приводятся результаты решения двух задач: о больших прогибах консольно заделанного стержня, выполненного из сплава с памятью формы под действием распределенной нагрузки, и о больших прогибах шарнирно опертого стержня под действием распределенной нагрузки. Для описания свойств материала использовались константы, соответствующие диаграммам активации структурных превращений. В исходном состоянии температура стержня составляла 79°C для консольно заделанного стержня и 51° для шарнирно опертого стержня. В обоих случаях по всей длине материал стержня находился в фазе М-мартенсита. Геометрические размеры стержня принимались равными: $L = 100$ мм (длина), $h = 0.5$ мм (высота прямоугольного профиля сечения), $b = 6$ мм (ширина прямоугольного профиля сечения).

2. Исследование прогибов консольно заделанной балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой

В данной задаче рассматривается балка, расчетная схема которой представлена на рис. 1. Свойства материала балки задаются диаграммой активации структурных превращений (рис. 2). Общая схема нагружения балки состояла из трех последовательных этапов: приложение равномерно распределенной нагрузки, снятие

Табл. 1

Этапы нагружения

№ этапа	Параметр	Начальное значение	Конечное значение	Тип превращения
1	q	0 Н/мм	-0.2 Н/мм	M \rightarrow S
2	q	-0.2 Н/мм	0 Н/мм	S \rightarrow S
3	T	79 °C	100 °C	S \rightarrow A

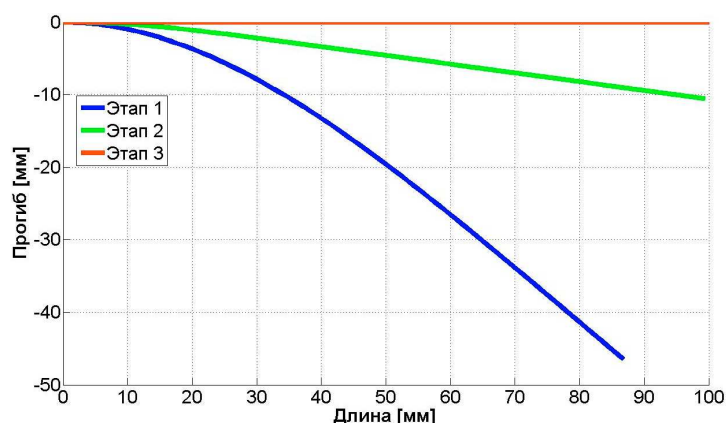


Рис. 3. Вид изогнутой оси стержня на различных этапах нагружения

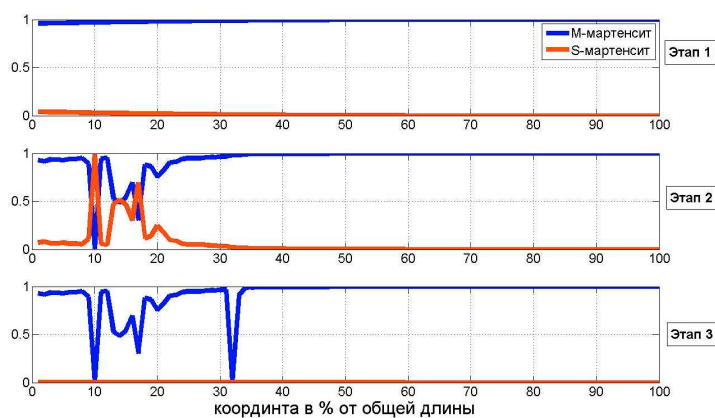


Рис. 4. Распределение объемных долей мартенсита в верхнем слое стержня на различных этапах нагружения

равномерно распределенной нагрузки и нагрев. Пороговые значения параметров нагружения на каждом этапе представлены в табл. 1.

Результаты расчета представлены в графическом виде.

Как видно из представленных на рис. 3 графиков, после кинематического нагружения на первом этапе стержень претерпел как упругие деформации, так и деформации структурных превращений. После окончания второго этапа стержень сохранил остаточную кривизну, поскольку после разгрузки на части его длины сохранилась деформация структурного превращения, связанная с изменением удельной

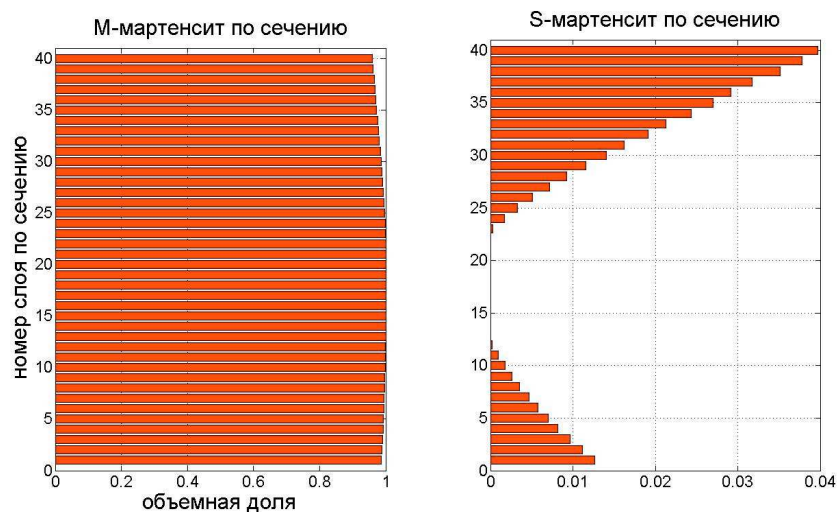


Рис. 5. Распределение объемных долей мартенсита по толщине стержня в заделке после первого этапа нагружения

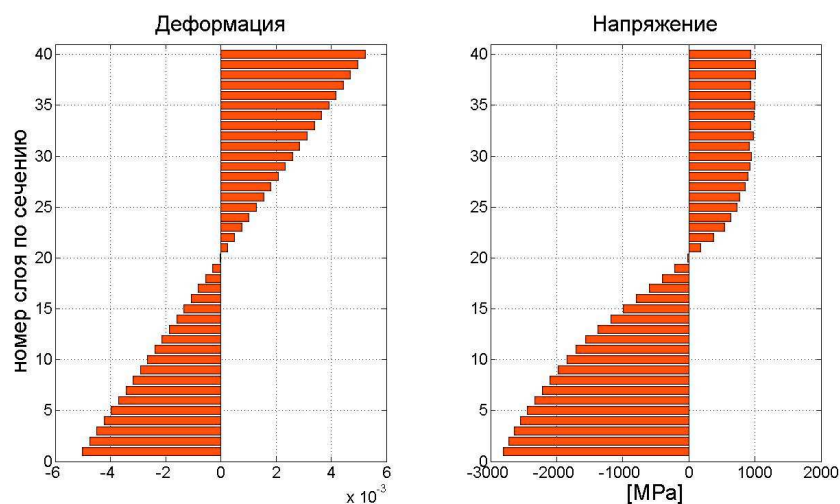


Рис. 6. Распределение деформаций и напряжений по толщине стержня в заделке после первого этапа нагружения

доли М-мартенсита. На третьем этапе в процессе нагрева за счет обратных структурных превращений вышеупомянутая деформация была снята.

Как видно из эпюр, представленных на рис. 5 и 6, наибольшие объемные доли S-мартенсита характерны для слоев сечения стержня, максимально удаленных от нейтральной линии. В данной конструкции на первом этапе нагружения возникают в основном изгибные напряжения, которые пропорциональны расстоянию от срединной линии стержня. Асимметрию эпюр по отношению к срединной линии можно объяснить тем, что диаграммой активации структурных превращений заданы отличные по модулю пороговые значения напряжений активации структурных превращений. При растяжении пороговое значение напряжения активации равно 500 МПа, а при сжатии – 1500 МПа. Поэтому структурные превращения в нижних

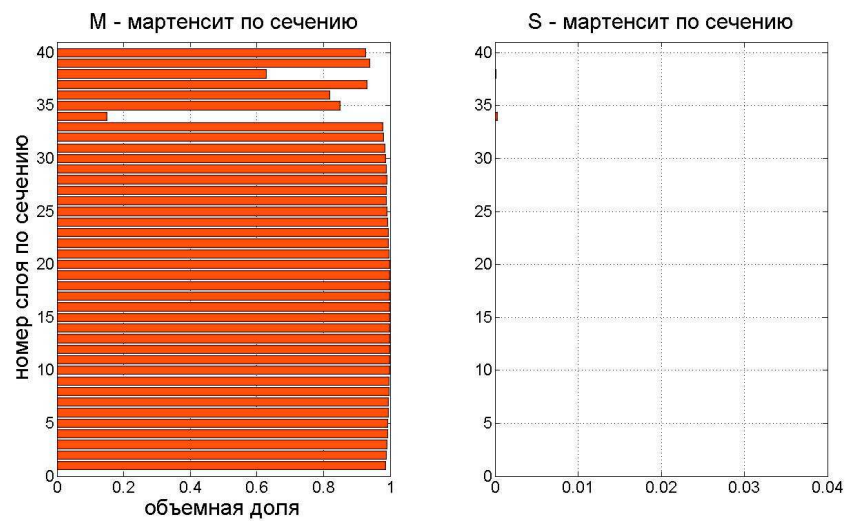


Рис. 7. Распределение объемных долей мартенсита по толщине стержня в заделке после третьего этапа нагружения

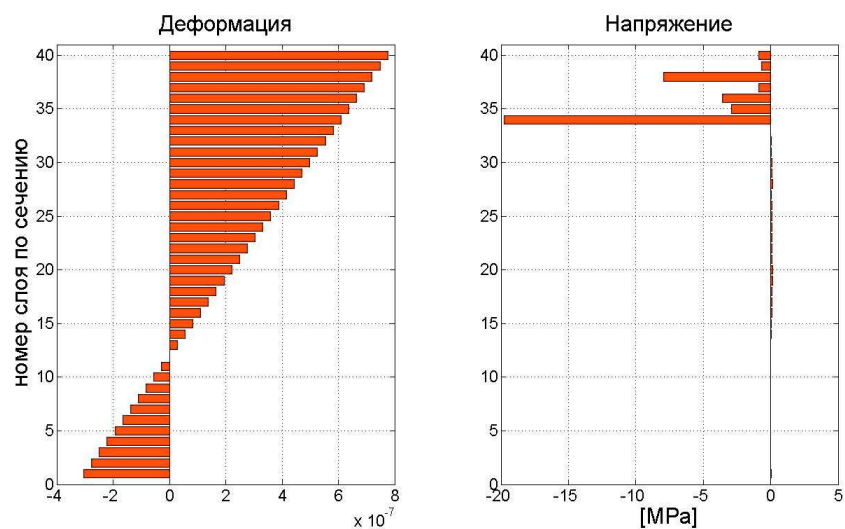


Рис. 8. Распределение деформаций и напряжений по толщине стержня в заделке после третьего этапа нагружения

слоях стержня начинаются при более высоких значениях внешней распределенной нагрузки. Эпюра распределения полной деформации по сечению стержня имеет вид прямой, что полностью соответствует принятой гипотезе плоских сечений.

Как видно из эпюр, представленных на рис. 7 и 8, нагрев конструкции на последнем этапе нагружения приводит к снятию полной деформации в сечении стержня за счет практически полного перехода S-мартенсита в аустенит. Ненулевые значения напряжений и объемных долей S-мартенсита в отдельных слоях сечения стержня можно объяснить погрешностями численного счета.

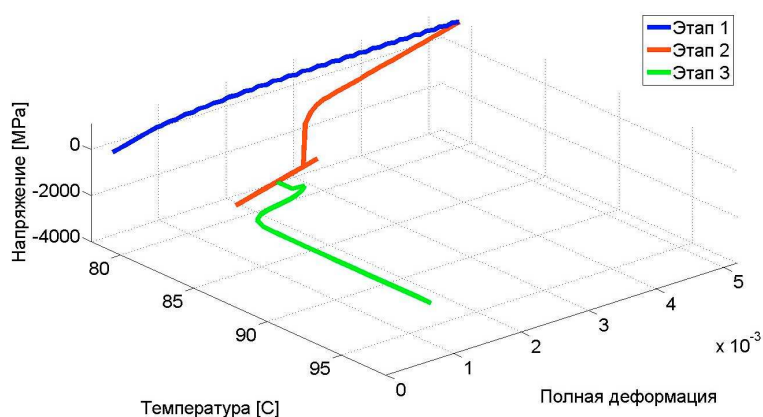


Рис. 9. Эволюция напряжения и деформации в верхнем слое стержня в заделке

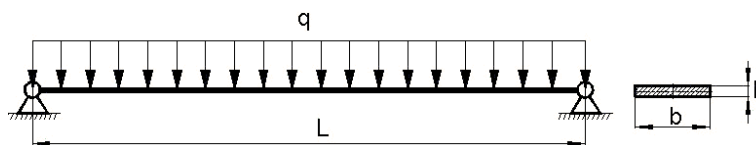


Рис. 10. Схема нагружения и профиль сечения стержня

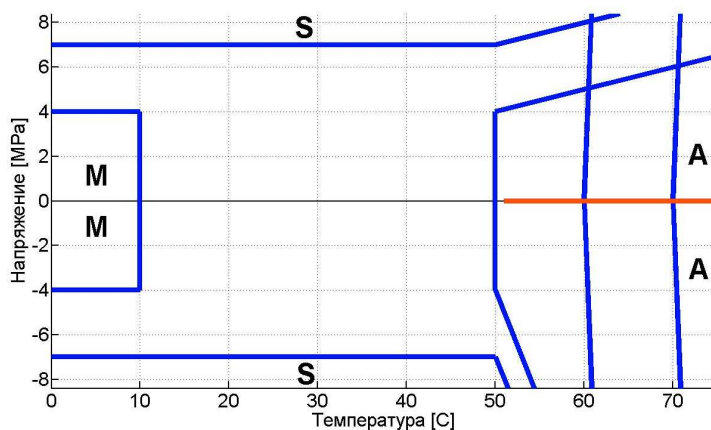


Рис. 11. Диаграмма активации структурных превращений при исследовании задачи о нагружении шарнирно опертого стержня равномерно распределенной нагрузкой

3. Исследование прогибов шарнирно опертой балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой

В данной задаче рассматривается балка, расчетная схема которой представлена на рис. 10. Свойства материала балки задаются диаграммой активации структурных превращений, представленной на рис. 11. Общая схема нагружения балки состояла из трех последовательных этапов: приложение равномерно распределенной нагрузки, снятие равномерно распределенной нагрузки и нагрев. Пороговые значения параметров нагружения на каждом этапе представлены в табл. 2.

Результаты расчета представлены в графическом виде.

Табл. 2

Этапы нагружения

№ этапа	Параметр	Начальное значение	Конечное значение	Тип превращения
1	q	0 Н/мм	-0.07 Н/мм	$M \rightarrow S$
2	q	-0.07 Н/мм	0 Н/мм	$S \rightarrow S$
3	T	51 °C	80 °C	$S \rightarrow A$

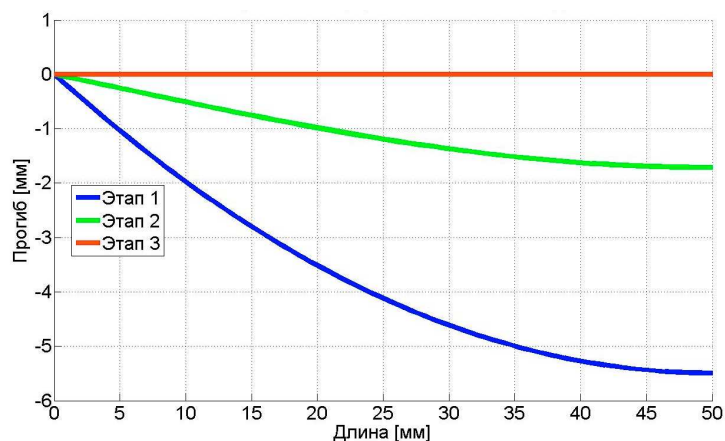


Рис. 12. Вид изогнутой оси стержня на различных этапах нагружения

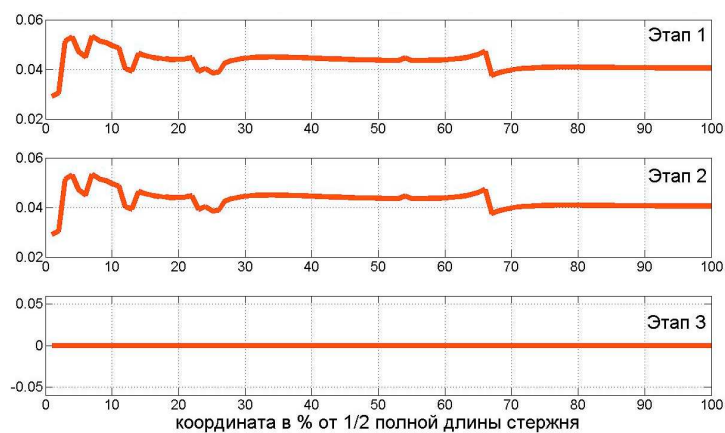


Рис. 13. Распределение объемных долей S-мартенсита в верхнем слое стержня на различных этапах нагружения

Как видно из представленных на рис. 12 графиков, после кинематического нагружения на первом этапе, так же как и в задаче о прогибах при консольном закреплении, стержень претерпел как упругие деформации, так и деформации структурных превращений. После окончания второго этапа стержень сохранил остаточную кривизну, поскольку после разгрузки на части его длины сохранилась деформация структурного превращения, связанная с изменением удельной доли

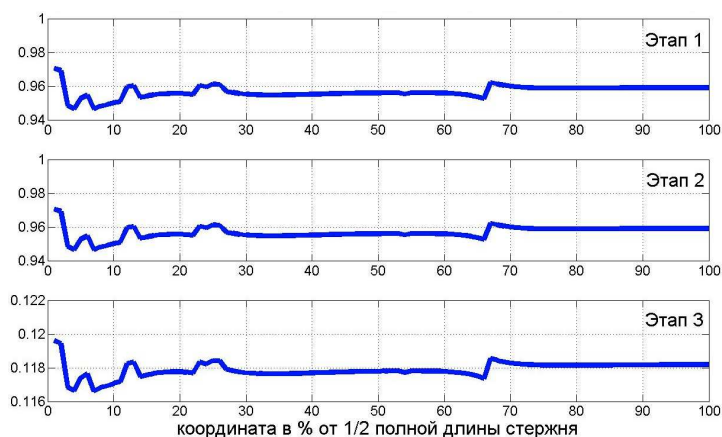


Рис. 14. Распределение объемных долей М-мартенсита в верхнем слое стержня на различных этапах нагружения

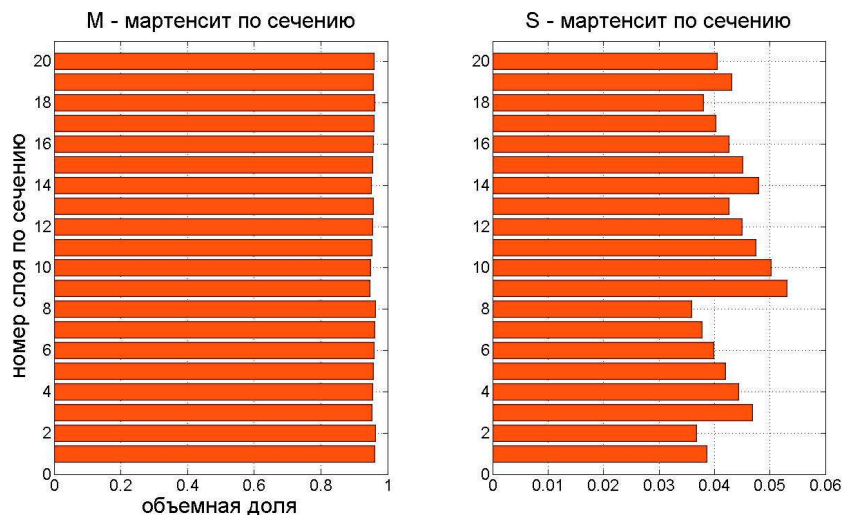


Рис. 15. Распределение объемных долей мартенсита по толщине стержня на оси симметрии конструкции после первого этапа нагружения

М-мартенсита. На третьем этапе в процессе нагрева за счет обратных структурных превращений вышеупомянутая деформация была снята.

Как видно из эпюр, представленных на рис. 15 и 16, в данной конструкции на первом этапе нагружения преобладают напряжения растяжения (в отличие от консольно заземленного стержня). Трапецидальный характер эпюры распределения деформаций можно объяснить тем, что, во-первых, справедлива гипотеза плоских сечений, а, во-вторых, напряжения изгиба, пропорциональные расстоянию слоя от нейтральной линии, тоже присутствуют.

На третьем этапе нагружения, как видно из эпюр, представленных на рис. 17 и 18, происходит снятие полной деформации за счет перехода S-мартенсита в аустенит, остаточные напряжения по слоям сечения имеют порядок 10^{-6} МПа.

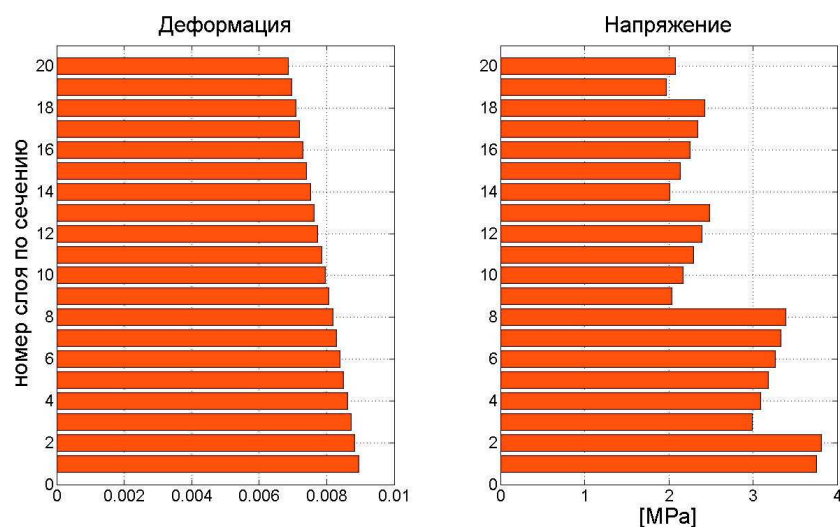


Рис. 16. Распределение деформаций и напряжений по толщине стержня на оси симметрии конструкции после первого этапа нагружения

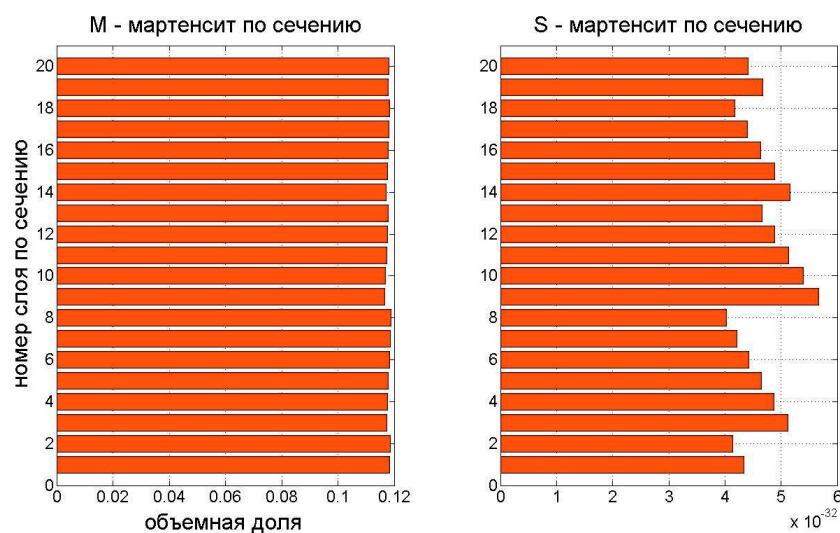


Рис. 17. Распределение объемных долей мартенсита по толщине стержня на оси симметрии конструкции после третьего этапа нагружения

Заключение

Результаты проведенных численных расчетов показывают, что предлагаемый алгоритм позволяет моделировать поведение стержневых конструкций, выполненных из сплавов с памятью формы. Написанный программный модуль позволяет исследовать распределение деформаций, напряжений, объемных долей мартенсита и аустенита как по длине стержня, выполненного из материала с памятью формы, так и по толщине стержня.

Предлагаемый подход показал свою работоспособность на ряде тестовых примеров и может быть рекомендован для исследования больших перемещений стержневых элементов конструкций, изготовленных из материалов с памятью формы.

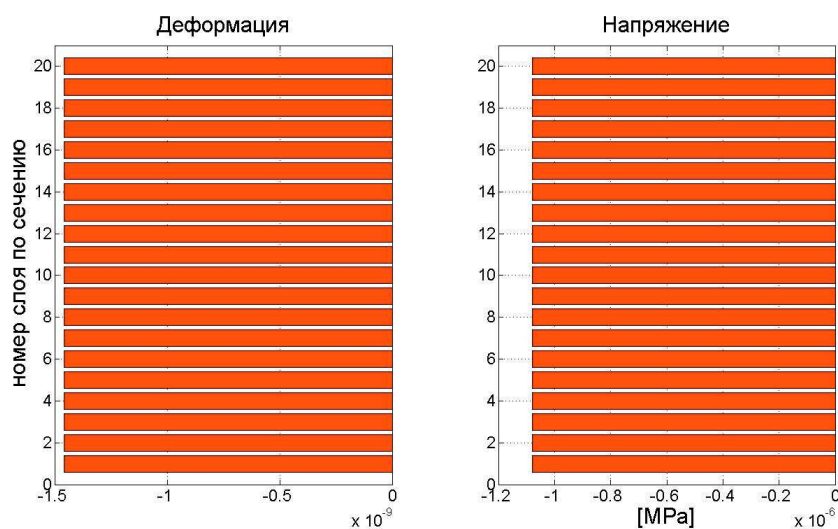


Рис. 18. Распределение деформаций и напряжений по толщине стержня на оси симметрии конструкции после третьего этапа нагружения

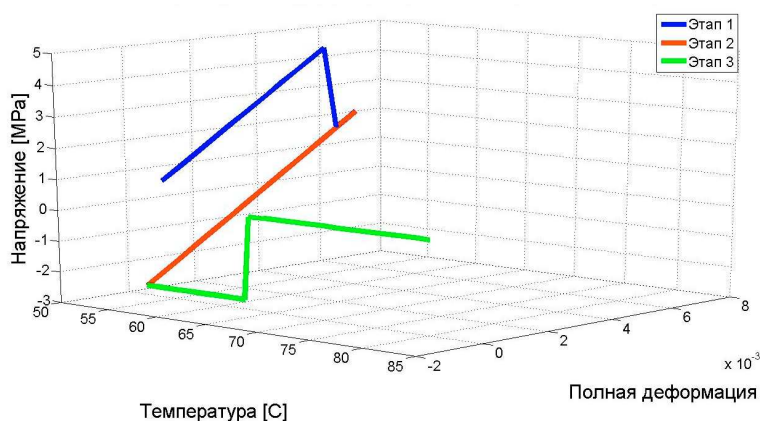


Рис. 19. Эволюция напряжения и деформации верхнего слоя стержня на оси симметрии

Summary

D.P. Zhechkov, S.S. Gavryushin. Thermo-Mechanical Modeling of Superelastic Shape-Memory Beam Elements Experiencing Large Deflections.

The present work proposes a theoretical framework and algorithm for numerical analysis of large deflections of superelastic shape-memory alloy beam elements. The developed numerical model and solution algorithm are embedded in a computer application. Capabilities of this application are illustrated by a series of examples.

Key words: shape memory, superelasticity, large deflections, nonlinear beam.

Литература

1. *Лизачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П.* Эффект памяти формы. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1987. – 216 с.

2. *Лизачев В.А., Малинин В.Г.* Структурно-аналитическая теория прочности. – СПб.: Наука, 1993. – 471 с.
3. *Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н.* Математические модели термотехники. – М.: Физматлит, 2002. – 168 с.
4. *Auricchio F.* Shape-memory alloys: application, micro-mechanics, macro-modeling and numerical simulations: Ph.D. diss. – Berkeley, CA: University of California at Berkeley, 1995. – 163 p.
5. *Андреева Л.Е.* Упругие элементы приборов / Под ред. В.И. Феодосьева. – М.: Машигиз, 1962. – 456 с.
6. *Гаврюшин С.С., Барышникова О.О., Борискин О.Ф.* Численные методы проектирования гибких упругих элементов. – Калуга: ГУП «Облиздат», 2001. – 200 с.

Поступила в редакцию
18.05.10

Жечков Дмитрий Петрович – аспирант Московского государственного технического университета «МАМИ».

E-mail: *jechkov@pochta.ru*

Гаврюшин Сергей Сергеевич – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой РК-9 Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана.

E-mail: *gss@rk9.bmstu.ru*